**Список вопросов к экзамену по математике**

**БПИ-1 курс**

1. Понятие матрицы, виды матриц. Сложение, вычитание и умножение матриц, свойства умножения матриц.
2. Определитель квадратной матрицы. Определители второго и третьего порядков. Правило Крамера.
3. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей.
4. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом миноров. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
5. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований строк. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
6. Векторное пространство. Линейные комбинации векторов, линейная зависимость векторов. Ранг множества векторов. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований строк.
7. Векторное пространство. Линейные комбинации векторов, линейная зависимость векторов. Векторные подпространства. Базис векторного пространства.
8. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений.
9. Неоднородные системы линейных уравнений. Структура общего решения неоднородной системы. Алгоритм нахождения общего решения неоднородной системы.
10. Собственные числа и собственные векторы матриц.
11. Квадратичные формы, матрица и ранг квадратичной формы. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Алгоритм приведения квадратичной формы к нормальному виду.
12. Квадратичные формы, матрица и ранг квадратичной формы. Положительно (неотрицательно, неположительно, отрицательно) определенные квадратичные формы. Связь определенности квадратичной формы с ее нормальным видом.
13. Квадратичные формы, матрица и ранг квадратичной формы. Положительно (неотрицательно, неположительно, отрицательно) определенные квадратичные формы. Связь определенности квадратичной формы с собственными числами ее матрицы.
14. Квадратичные формы, матрица и ранг квадратичной формы. Положительно (неотрицательно, неположительно, отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
15. Векторы на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число. Разложение вектора по базису на плоскости и в пространстве.
16. Векторы на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Координаты вектора. Длина вектора и его направляющие косинусы. Критерий коллинеарности векторов.
17. Скалярное произведение векторов, его свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты векторов. Вычисление косинуса угла между векторами.
18. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение векторов, его свойства. Вычисление векторного произведения через координаты векторов. Применение векторного произведения к вычислению площадей.
19. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности векторов. Применение смешанного произведения к вычислению объемов.
20. Полярная система координат. Уравнение линии в полярной системе. Спираль Архимеда и кардиоида. Связь между координатами в декартовой и полярной системах.
21. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие совпадения прямых, условие параллельности. Уравнение прямой «в отрезках». Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
22. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Выражение тангенса угла между прямыми через их угловые коэффициенты. Условие параллельности прямых. Условие перпендикулярности прямых.
23. Понятие конечного предела функции при стремлении переменной к конечному значению. Понятие конечного предела функции при стремлении переменной к бесконечности. Операции с символом . Понятие неопределенности, основные неопределенности.
24. Понятие бесконечного предела функции при стремлении переменной к конечному значению. Понятие бесконечного предела функции при стремлении переменной к бесконечности. Операции с символом . Понятие неопределенности, основные неопределенности.
25. Теорема о пределе и арифметических операциях. Теорема о пределе и неравенствах. Теорема о пределе «зажатой» функции. Первый «замечательный» предел.
26. Односторонние пределы функции (правый и левый пределы). Теорема о совпадении односторонних пределов.
27. Непрерывность функции в точке и на интервале. Критерий непрерывности в терминах приращений. Непрерывность и арифметические операции.
28. Непрерывность функции в точке и на интервале. Предельные точки множества. Разрывы функции, классификация разрывов.
29. Вычисление пределов , , . Теоремы Больцано-Коши и Вейерштрасса.
30. Производная функции в точке. Геометрический смысл производной в точке. Уравнение касательной в точке.
31. Производная функции на интервале. Таблица производных. Теорема о производной и арифметических операциях. Теорема о производной сложной функции.
32. Производная функции в точке. Понятие обратной функции. Теорема о производной обратной функции. Производная арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.
33. Понятие о параметрически заданной функции. Производная параметрически заданной функции. Повторные производные параметрически заданной функции.
34. Понятие о неявной функции. Производная неявной функции. Повторные производные неявной функции.
35. Повторные производные явно заданной функции. Формулы для производных любых порядков показательной функции, синуса, косинуса, логарифма и степенной функции.
36. Правило Бернулли-Лопиталя раскрытия неопределенностей вида  и . Модификации правила Бернулли-Лопиталя для раскрытия неопределенностей других видов.
37. Возрастание и убывание функции. Аналитические признаки возрастания и убывания.
38. Максимум и минимум функции. Теорема Ферма об экстремуме. Аналитические признаки максимума и минимума.
39. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Формула конечных приращений.
40. Выпуклость вверх и выпуклость вниз функции. Аналитические признаки выпуклости. Точки перегиба.
41. Асимптоты графика функции. Алгоритм нахождения асимптот. Примерный алгоритм исследования функции для построения ее графика.
42. Общее уравнение плоскости в пространстве. Условие совпадения плоскостей. Условие параллельности плоскостей. Уравнение плоскости «в отрезках».
43. Общее уравнение плоскости в пространстве. Косинус угла между плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
44. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Алгоритм перехода от общих уравнений к каноническим.
45. Общие уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.
46. Общие уравнения прямой в пространстве. Взаимное положение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное положение двух прямых в пространстве.
47. Общие уравнения прямой в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
48. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел. Решение квадратных уравнений.
49. Геометрическая форма комплексного числа. Возведение в целую степень и извлечение корней из комплексных чисел. Формула Эйлера.

**Типовые задачи:**

1. Вычислить определитель
2. Умножить матрицы
3. Найти матрицу, обратную к данной
4. Найти общее решение системы линейных уравнений
5. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы
6. Привести квадратичную форму к нормальному виду
7. Проверить положительную (отрицательную, неположительную, неотрицательную) определенность квадратичной формы
8. Разложить вектор по базису
9. Проверить коллинеарность векторов
10. Вычислить скалярное произведение векторов
11. Вычислить проекцию вектора на вектор
12. Найти угол между векторами
13. Вычислить векторное произведение векторов
14. Вычислить площадь многоугольника, используя векторное произведение
15. Вычислить смешанное произведение векторов
16. Вычислить объем многогранника, используя смешанное произведение
17. Проверить компланарность векторов
18. Составить уравнение прямой, проходящей через заданную точку под заданным углом к данной прямой (в частности, параллельно или перпендикулярно)
19. Составить уравнение медианы (высоты) треугольника
20. Найти угол между прямыми на плоскости
21. Составить уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки
22. Вычислить предел
23. Составить уравнение касательной к графику функции
24. Найти производную функции (явной, неявной или заданной параметрически)
25. Найти вторую (третью и т.п.) производную функции (явной, неявной или заданной параметрически)
26. Найти промежутки возрастания и убывания функции
27. Найти экстремумы функции
28. Найти промежутки выпуклости вниз и выпуклости вверх функции
29. Найти точки перегиба функции
30. Найти асимптоты графика функции
31. Найти угол между плоскостями
32. Найти угол между прямой и плоскостью
33. Найти угол между прямыми в пространстве
34. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
35. Составить канонические уравнения пространственной прямой по ее общим уравнениям
36. Составить уравнения прямой в пространстве, проходящей через две данные точки
37. Определить взаимное положение прямой и плоскости
38. Определить взаимное положение двух прямых в пространстве
39. Найти расстояние от точки до прямой в пространстве
40. Найти расстояние между двумя скрещивающимися прямыми
41. Произвести указанные арифметические действия с комплексными числами
42. Извлечь корень из комплексного числа

**Процедура проведения экзамена**

1. Допуском к экзамену является знание арифметики. Перед тем, как вытянуть экзаменационный билет, студент получает три простейших арифметических задачи из курса начальной школы. Если студент ошибается в двух из трех предложенных задач, он получает оценку «неудовлетворительно». Если студент ошибается в одной из трех предложенных задач, экзаменатор указывает ему задачу, в которой допущена ошибка и предлагает самостоятельно ее исправить. Если студент не исправляет ошибку, он получает оценку «неудовлетворительно». В остальных случаях студент допускается к экзамену.
2. Студент самостоятельно выбирает билет (не видя его содержания) и в течение 40 минут решает предложенные в билете три задачи, после чего сдает решенные задачи вместе с билетом и отдыхает в течение времени, указанного экзаменатором. Если студент не решил правильно ни одной задачи, он получает оценку «неудовлетворительно». Если студент решил задачу (задачи) методами, не рассмотренными в течение учебного семестра, экзаменатор вправе дать ему подобную задачу (задачи) и предложить при нем решить ее (их) тем же методом. Если студент не справляется с этим, экзаменатор считает, что задача решена не самостоятельно и задачу не зачитывает как решенную. Если студент правильно решил хотя бы одну задачу, экзамен для него продолжается (если студент правильно решил все задачи – оценку «неудовлетворительно он уже не получит).
3. После того как преподаватель проверит все сданные работы, студенты начинают подготовку к ответу на теоретические вопросы билета (каждый студент получит тот же билет, что он вытянул ранее). Время подготовки – еще 40 минут (можно пользоваться записями лекций). При ответе на теоретический вопрос экзаменатор будет задавать студенту простейшие задачи по данному вопросу с целью проверки, разобрался ли студент в этом вопросе или просто переписал его из лекций. В некоторых случаях (см. таблицу ниже) после ответа на теоретические вопросы экзаменатор может задать один дополнительный вопрос или задачу для уточнения оценки студента.

**Критерий выставления оценки на экзамене**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Количество правильно решенных задач  (от 0 до 3) | Количество зачтенных теоретических вопросов  (от 0 до 2) | Правильный ответ на дополнительный вопрос  (0 или 1) | Итоговая оценка |
| 0 | Не задаются | Не задается | 2 |
| 1 | 0 | Не задается | 2 |
| 1 | 1 | 0 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 3 |
| 1 | 2 | 0 | 3 |
| 1 | 2 | 1 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 0 | 1 | 3 |
| 2 | 1 | 0 | 3 |
| 2 | 1 | 1 | 4 |
| 2 | 2 | 0 | 4 |
| 2 | 2 | 1 | 5 |
| 3 | 0 | 0 | 3 |
| 3 | 0 | 1 | 4 |
| 3 | 1 | 0 | 4 |
| 3 | 1 | 1 | 5 |
| 3 | 2 | Не задается | 5 |